

MATEMÁTICAS I - EXAMEN DE FUNCIONES [2017]

1.- Estudia el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{\ln(-x^2 + 6x - 8)}$ $]2,4[-\{3\}$

b) $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x-2} + e^{-5x}}{\cos(\pi x)}$ $\mathbb{R} - \{1/2, 3/2 + 2k\}$

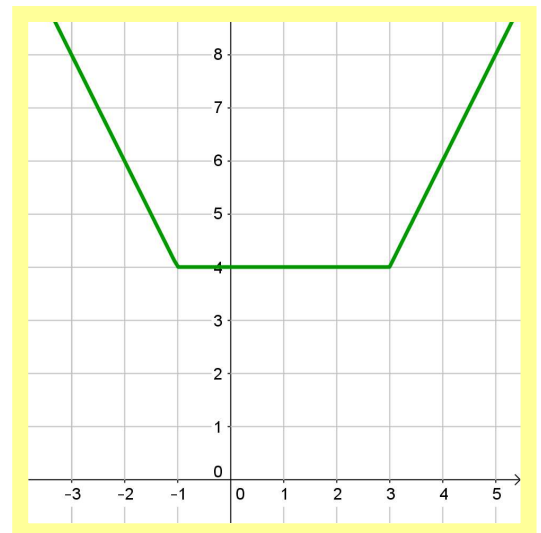
c) $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{\log_2(-x^2 + 4x - 3)}$ $]1,3[-\{2\}$

d) $f(x) = \begin{cases} \frac{7}{x^2 - 9} & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^x}{\cos(2x)} & \text{si } 0 < x \leq 2\pi \\ \frac{5}{x^2 + 1} & \text{si } 2\pi < x \end{cases}$ $\mathbb{R} - \{-3, \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4\}$

2.- Obtén la expresión analítica como función definida a trozos de la siguiente función, y representala gráficamente:

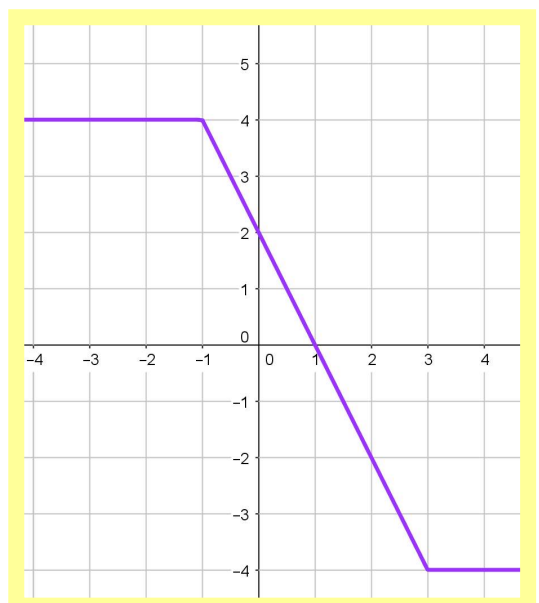
a) $f(x) = |x-3| + |x+1|$

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & \text{si } x \leq -1 \\ 4 & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ 2x - 2 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$



b) $f(x) = |x-3| - |x+1|$

$$f(x) = \begin{cases} 4 & \text{si } x \leq -1 \\ -2x + 2 & \text{si } -1 < x \leq 3 \\ -4 & \text{si } 3 < x \end{cases}$$



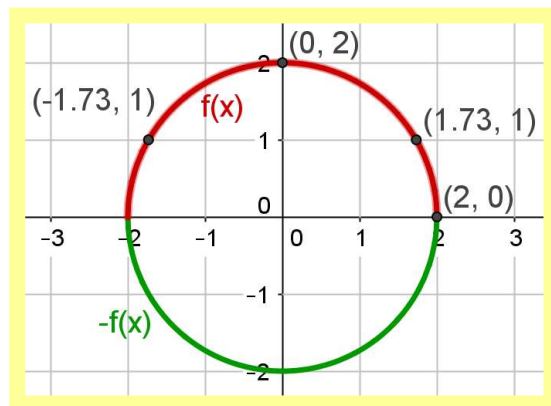
3.- Estudia la simetría de las siguientes funciones:

- a) $f(x) = \frac{x^4}{x^2 + 1}$ PAR
- b) $f(x) = 5x^3 + \text{sen}x$ IMPAR
- c) $f(x) = \frac{3x^5 + 7x^3}{5x + 1}$ NO SIMÉTRICA

4.- Considera la función $f(x) = \frac{\sqrt{36 - 9x^2}}{3}$.

- a) Obtén su dominio [-2,2]
- b) Estudia su simetría PAR
- c) Calcula $f(0)$, $f(2)$ y $f^{-1}(\sqrt{3})$ 2; 0; {-1,1}
- d) ¿Qué se obtiene al representar en un mismo sistema de coordenadas $f(x)$ junto con $-f(x)$? (Contesta y represéntalas)

Obtenemos una circunferencia de centro (0,0) y radio 2.



5.- Calcula la función inversa de las siguientes funciones, y demuestra que $f^{-1} \circ f = id$

- a) $f(x) = 3\sqrt[3]{\frac{4-2x}{7}}$ $f^{-1}(x) = \frac{7x^3 + 4}{-2}$
- b) $f(x) = \frac{3x}{2-4x}$ $f^{-1}(x) = \frac{2x}{3+4x}$
- c) $f(x) = e^{\frac{4-2x}{7}}$ $f^{-1} = \frac{7 \ln x - 4}{-2}$

6.- Considera las funciones $f(x) = \sqrt{\frac{1-x^2}{x}}$ y $g(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{x}}$. Demuestra que

$f \neq g$ estudiando sus dominios, e indica en que valores reales coinciden.

Dom(f) = $]-\infty, -1] \cup]0, 1]$

Dom(g) = $]0, 1]$

Las funciones coinciden en $]0, 1]$